

Projekt om konspirationsteorier

Du har sikkert hørt om forskellige *konspirationsteorier* rundt omkring på nettet. F.eks. at månelandingerne aldrig fandt sted, at den amerikanske regering stod bag 9/11, eller endda at Jorden er flad. De har alle det til fælles, at en forholdsvis lille gruppe af mennesker formodes at holde en sandhed skjult for offentligheden.

Der er ofte mange argumenter der taler imod disse teorier, men man skal også huske på, at der eksisterer konspirationer som er blevet afsløret som værende sande! Dem kan vi bruge til at give os en ide om hvor længe der går inden en konspiration vil blive lækket til pressen. For der vil altid være en sandsynlighed for at en af dem der kender til konspirationen taler over sig eller aktivt løfter sløret for hemmeligheden.



Grundideen i den model vi vil opstille kommer fra fysikeren David Robert Grimes, men vores beregninger vil være lidt simple end hans.

En person der er med i konspirationen, har for hvert år der går en lille sandsynlighed p for at lække hemmeligheden, og dermed afdække konspirationen.

- Hvad er sandsynligheden for at personen *ikke* lækker hemmeligheden i løbet af året?
- Hvis konspirationen består af N personer, hvad er da sandsynligheden for at *ingen* af dem lækker hemmeligheden i løbet af et år? Antag hændelserne er uafhængige.

I første omgang vil vi antage, at antallet af personer der er med i konspirationen ikke ændrer sig med tiden.

- Hvad er sandsynligheden for at *ingen* af de N personer har lækket hemmeligheden efter t år?
- Vis ved at bruge en potensregnerregel, at den resulterende model for sandsynligheden er en eksponentiel sammenhæng:

$$P(t) = b \cdot a^t$$

Hint: b har den simplest tænkelige værdi.

- Vis ved at bruge en logaritmeregnerregel, at halveringstiden for $P(t)$ kan skrives:

$$T_{1/2} = \frac{\log \frac{1}{2}}{N \log(1 - p)}$$

Vi er nu interesseret i en konspiration der allerede er blevet lækket. Dette vil vi gøre ved at kræve $P(t)$ er under en given grænse. Hvor højt man vil sætte denne grænse er en

LIKE

vurderingssag. For at være sikre på at give konspirationsteorien en ærlig chance, vil vi sætte grænsen forholdsvist højt. En høj grænse giver nemlig en lav værdi for p , hvilket betyder en konspiration der er sværere at afsløre. Lad os derfor vælge 50% sandsynlighed som grænse. Vi ønsker altså at løse ligningen $P(t) = 0,5$.

f. Vis ved at isolere i formlen fra delspørgsmål c, at der i dette tilfælde gælder:

$$p = 1 - \sqrt[Nt]{0,5}$$

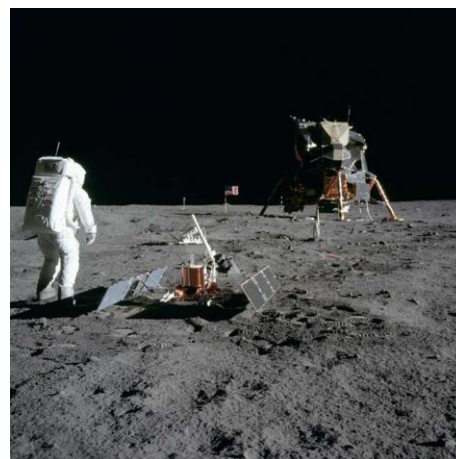


Vi vil nu bruge modellen til at estimere værdien af p ud fra en virkelig konspiration: I 2013 afslørede whistlebloweren Edward Snowden, at United States National Security Agency (NSA) siden 2007 havde opretholdt et omfattende overvågningsprogram kaldet PRISM. Det estimeres, at 30.000 personer havde kendskab til PRISM. Eftersom konspirationen rent faktisk blev lækket er vi i situationen beskrevet ovenfor.

g. Hvad er sandsynligheden p i dette tilfælde ifølge formlen fra delspørgsmål f?

Vi vil nu benytte samme model til at give en ide om hvorvidt konspirationerne omkring månelandingerne virker rimelige. Baggrund: I 1969 landede Apollo 11 på månen, som det første bemandede fartøj nogensinde. Men ifølge en konspirationsteori skete dette i virkeligheden slet ikke!

Da NASA havde flest medarbejdere (i 1965) arbejdede der $N = 411.000$ personer i rumagenturet. Vi vil her antage at der rent faktisk var en konspiration som 200.000 af medarbejderne deltog i, og at $p = 10^{-6}$ (et konservativt estimat i forhold til resultatet fra delspørgsmål g).



Definer funktionen $P(t)$ som sandsynligheden for at konspirationen endnu ikke er lækket t år efter 1969 (Hint: Brug formlen du fandt i delspørgsmål c)

- Tegn grafen for $P(t)$.
- Hvad er halveringstiden for $P(t)$ i dette tilfælde?
- I hvilket år er sandsynligheden faldet til 5% ifølge modellen.
- Kommenter rimeligheden af konspirationsteorien i lyset af, at der i 2018 endnu ikke er nogen fra NASA der har afsløret månelandingerne som svindel.

Ekstra spørgsmål for A-niveau

Antagelsen om, at antallet af personer i konspirationen ikke ændrer sig med tiden er ikke særligt realistisk: Som tiden går vil der blive færre og færre levende personer der kender til konspirationen. Det vil sige at sandsynligheden for at hemmeligheden lækkes er mindre end vi hidtil har beregnet.

LIKE

Gompertz-modeller bruges ofte for at estimere hvor mange individer i en gruppe der stadig er i live efter et antal år t . Modellen er:

$$N(x) = N_0 \cdot e^{\frac{\alpha}{\beta}(1 - e^{\beta(x+A_g)})}$$

Her er N_0 antallet af personer der er i gruppen til tiden $x = 0$, og A_g er gennemsnitsalderen for gruppen, ligeledes til tiden $t = 0$. α og β er konstanter i modellen med værdierne $\alpha = 0,0001$ og $\beta = 0,085$. Vi kender ikke gennemsnitsalderen for NASA-medarbejderne, og vil derfor igen arbejde med et konservativt estimat, her på $A_g = 40$.

- l. Tegn grafen for $N(x)$ for månelandingskonspirationen.

Modellen kan nu modificeres, så denne tidsafhængighed inddrages. I den oprindelige model var der Nt person-år til tiden t , hver med sandsynligheden p for at lække.

- m. Argumenter for, at når N ikke længere er konstant, må Nt skulle erstattes med integralet:

$$\int_0^t N(x) dx$$

- n. Tegn grafen for $P(t)$ i den modificerede model.
- o. I hvilket år er sandsynligheden faldet til 10% ifølge den modificerede model.
- p. Kommenter igen konspirationsteorien i lyset af den modificerede model.

- Kilde: David Robert Grimes – "On the viability of conspiratorial beliefs"

